時間経過に伴い設備が移動する配置集合被覆モデル

著者	佐藤　裕貴
出版者	法政大学大学院理工学・工学研究科
雑誌名	法政大学大学院紀要．理工学・工学研究科編
巻	62
ページ	1-4
発行年	2021-03-24
URL	http://doi.org/10.15002/00024015

時間経過に伴い設備が移動する配置集合被覆モデル

LOCATION SET-COVERING MODEL WITH MOVABLE FACILITIES

佐藤 裕貴
Yuki SATO

指導教員 五島 洋行

法政大学大学院理工学研究科システム理工学専攻修士課程

The location set-covering problem (LSCP) aims to find the minimum number of facilities to cover all demand regions. This type of optimization problem was first introduced by Toregas et al. (1971), in which all demands must be covered at all times. In practical systems, however, it is impossible to fulfill this requirement due to cost constraint or resource availability. In this study, we extend the traditional LSCP to account for mobility of facilities. A facility could be mobile and is allowed to go the rounds; coverage is instead secured within a time standard. The concept of coverage duration is key in this study. The extension is formalized in a framework called the timed-labels location set-covering problem (TL-LSCP). The constraint with respect to coverage is relaxed, for which reduction in the number of facilities is expected. An instance of a mobile facility is a security personnel, patrol car, or monitoring equipment. Using a real dataset of a road network for Koganei-city, Tokyo, numerical experiments were conducted to inspect the effectiveness of the TL-LSCP. The results demonstrate it in a resource reduction context.

Key Words *: optimization, location set-covering problem, constraint relaxation, coverage duration*

1. はじめに

Location Set-Covering Problem（LSCP）は需要全域を被覆する施設配置のうち，最も施設数が少ない場合を求める集合被覆問題である．集合被覆問題の代表的な組合せ最適化問題であり，NP 困難の一つであることが知られている問題である．この問題は鉄道員などのスケジューリング [1]，データの論理的解析 [2]，施設配置 [3] 等の様々な現実問題へ応用されている．集合被覆問題を施設配置等の現実問題に対して応用する場合には，様々な制約条件を追加し，制約整数計画問題として定式化を行う．

LSCP は，Toregas et al.[4] によって初めて導入され，Toregas & ReVelle[5] の地理分析に関する論文にて定義された．この問題における施設配置とは各需要点が最も近い施設から事前に設定された距離または時間以内に含まれるものとしており，各需要に対応するか，ある最大時間または距離の標準内で被覆する必要があるという点で，被覆問題と呼ばれている．関連する問題として， Church & ReVelle[6] によって提唱・定式化された最大被覆位置問題（MCLP: Maximal Covering Location Problem）というものがある．この問題では，需要の被覆率が 100 ％で設備数を最小化する LSCP とは異なり，設備数が固定であり，設備の配置場所により被覆率を最大化する．先行研究として，Xin & Alan[7] による道路脇に設置された街灯による照射範囲を最大化する定式化などがある．

施設配置の意思決定にはさまざまな要因が働く．その要因として設置コスト，移動時間，地域被覆率などがある．そのため，この LSCP は社会工学分野への応用がさかんに行われてきた．これまで，消防署や警察署，病院などの移動しない施設における最適配置や，コンビニエンスストアなどへの配送車両決定などの社会インフラ設備に対して一般的な集合被覆問題として様々な問題が解決されてきた．また近年，Murray & Wei[8] によって，LSCP の連続モデルに対する厳密解の求解法が確立した．その一方，これまでは時間軸を考慮した需要の全範囲被覆については考えられてこなかった．これは，常に需要点を被覆する必要のない問題に対してのアプローチが行われてこなかったことを意味する．

そこで，設置可能な場所が別途与えられる場合や，ある一時点では部分的にしか被覆されないが，移動可能な装置を用いて一定時間内に全体が被覆されるように制約を緩和した場合，どのような取り扱いと定式化になるのか検証の余地が生じる．平面上に穴のない n 角形 ($n \subset \mathbb{N}$) に対し，この多角形の辺上またはその内部に設置した監視装置が直視できる範囲を被覆範囲とし，多角形の内部全体を被覆する最小の装置数を求める美術館問題 [9] というものがある．しかし，実際には設置可能な場所が限られる場合や，常時監視が不可能な場合がある．ここに着想を得て LSCP に対する時間軸拡張を行う．実システムへの応用として，市区町村などの行政地域におけるサービス提供や巡回警備計画が考えられる．例えばある地区において，一定時間内にやってくるコミュニティバス

表 1 LSCP で用いる文字と記号

文字・記号	説明
J	需要点集合
j	需要点 ($j \in J$)
I	設備候補点集合
i	設備候補点 ($i \in I$)
d_{ij}	設備候補点 i から需要点 j までの距離
d_{MAX}	ある設備候補点が需要点に対して被覆を行える最大距離
N_j	需要点 j を被覆可能な設備候補点 i の集合 ($i \vert d_{ij} \leq d_{\mathrm{MAX}}$)

表 2 LSCP における決定変数

変数	説明
x_i	1:設備候補点 i が選択されたとき 0:それ以外のとき

の必要台数の算出やルート計画，一定時間内に全地域を被覆できる警察や消防車両の巡回などである．

本研究では，LSCP に対する時間軸拡張を行った Timed Labels Location Set-Covering Problem（TL-LSCP）を提案する．LSCP に対して時間軸を与えることにより，全時間帯にて需要点の全域被覆を行うのではなく，ある需要点における被覆と被覆の間に時間的余裕を持たせ，複数の単位時間にて需要点全域を被覆する．

2. LSCP の定式化

LSCP とは，需要点集合と設備候補点集合が与えられたとき，需要点集合のすべての要素を被覆するような設備候補点の総選択数を最小化する問題である．

(1) 定数・決定変数の定義

定数の定義を表 1 に，決定変数の定義を表 2 に示す．需要点を j とし，全需要点の集合を J とする．設備候補点を i とし，全設備候補点の集合を I とする．ある設備候補点 i からある需要点 j までの距離を d_{ij} として，ある設備候補点が需要点に対して被覆を行える最大距離を d_{MAX} とする．ある需要点 j に対して d_{ij} が d_{MAX} 以下であり，被覆を行うことができる設備候補点 i の集合を N_j とする．設備候補点 i の選択を x_i として，選択した場合は 1，そうでない場合は 0 の値をとる．

(2) 目的関数、制約式の定式化

LSCP の目的関数と制約式を以下の式 (1)，式 (2) に示す．

$$\text{Minimize} \quad \sum_{i \in I} x_i, \tag{1}$$

subject to

$$\sum_{i \in N_j} x_i \geq 1, \qquad \forall j. \tag{2}$$

式 (1) は選択する設備候補点 i の総数を最小化することを表現している．式 (2) はすべての需要点 j が必ず一つ以上の設備候補点 i に被覆されなくてはいけないという制約を表している．ある需要点 j に対してある需要点 j からの距離が d^{MAX} 以下である被覆を行える最大距離の範囲内に存在する設備候補点 i の集合 $N_j \neq \emptyset$ において一つ以上設備候補点 i が選択されていることですべての需要点 J の被覆を表現している．

表 3 TL-LSCP で用いる文字と記号

文字・記号	説明
J	需要点集合
j	需要点 ($j \in J$)
I	設備候補点集合
i	設備候補点 ($i \in I$)
K	移動設備集合
k	移動設備 ($k \in K$)
d_{ij}	設備候補点 i から需要点 j までの距離
d_{MAX}	ある設備候補点が需要点に対して被覆を行える最大距離
N_j	需要点 j を被覆可能な距離に存在する設備候補点 i の集合 ($i \vert d_{ij} \leq d_{\mathrm{MAX}}$)
S	被覆の効果が持続する時間
T	時刻集合 ($T \subset \mathbb{N}_+$)
t	時刻 ($t \in T$)
τ_{il}	設備候補点 i から設備候補点 l への移動時間 ($\tau_{il} \in \mathbb{N}_{0+}$)
R_{in_i}	設備候補点 i に単位時間以内に移動できる設備候補点集合 ($\tau_{li} \leq 1, \forall l \in R_{\mathrm{in}_i}$)
R_{out_i}	設備候補点 i から単位時間以内に移動できる設備候補点集合 ($\tau_{il} \leq 1, \forall l \in R_{\mathrm{out}_i}$)

3. TL-LSCP の定式化

需要点集合と設備候補点集合が与えられたとき，設備候補点上に存在する移動設備が需要点集合のすべての要素を一定時間内に一回以上被覆するような移動設備の総選択数を最小化する問題を考える．

(1) 定数・決定変数の定義

定数の定義を表 3 に，決定変数の定義を表 4 に示す．需要点 $j (\in J)$ と設備候補点 $i (\in I)$，ある設備候補点 i とある需要点 j の距離 d_{ij}，ある設備候補点が需要点に対して被覆を行える最大距離 d_{MAX}，ある需要点 j を被覆可能な距離に存在する設備候補点 i の集合 N_j に関しては LSCP と同様である．前述した LSCP との相違点は以下の二点である．

- 設備候補点 i には移動設備 k が配置可能である．
- 移動設備は設備候補点に一度配置されると，一定時間効果が持続するとみなす．

移動設備は設備候補点上を移動し，現在存在する設備候補点から距離 d_{MAX} 以内に存在する需要を被覆するものとする．また，需要点を一度被覆すると，その効果は S 単位時間持続するものとする．$t (\in T)$ は時刻，$T (\subset \mathbb{N}_+)$ は時刻集合とする．本モデルでは，移動設備の配置開始時刻を 1 とし，各移動設備 k が設備候補点 i 上を移動している．移動設備 k が設備候補点 i から同じく設備候補点 l への移動に必要な所要時間を τ_{il} として表現し，τ_{il} が単位時間以下である場合のみ，移動設備 k は設備候補点 i から設備候補点 l に移動が可能である．ある設備候補点 i に移動可能な設備候補点集合を R_{in_i}，ある設備候補点 i から移動可能な設備候補点集合を R_{out_i} として表現する．

(2) 目的関数、制約式の定式化

TL-LSCP の目的関数と制約式を，式 (3)〜式 (7) に示す．

表 4 TL-LSCP における決定変数

変数	説明
$x_{i,v,t}$	1:時刻 t に移動設備 k が設備候補点 i にいるとき 0:それ以外のとき

表 5 解析対象区域

instance	Medium	Large
Region	[139.505–139.515°E, 35.705–35.715°N]	[139.495–139.515°E, 35.695–35.715°N]
Size	1.11 × 0.91km	2.22 × 1.81km

$$\text{Minimize} \quad \sum_{k\in K}\sum_{i\in I} x_{i,k,1}, \tag{3}$$

subject to

$$\sum_{s=1}^{S}\sum_{i\in N_j}\sum_{k\in K} x_{i,k,(t-s)} \geq 1 \qquad \forall j, t \in T | t > S, \tag{4}$$

$$\sum_{l\in R_{\mathrm{in}_i}} x_{l,k,(t-1)} - x_{i,k,t} \geq 0 \qquad \forall i, k, t \in T \setminus \{1\}, \tag{5}$$

$$x_{l,k,(t-1)} - \sum_{l\in R_{\mathrm{out}_i}} x_{i,k,t} \leq 0 \qquad \forall i, k, t \in T \setminus \{1\}, \tag{6}$$

$$\sum_{i\in I}\sum_{k\in K} x_{i,k,(t-1)} - \sum_{i\in I}\sum_{k\in K} x_{i,k,t} = 0 \qquad \forall t \in T \setminus \{1\}. \tag{7}$$

式 (3) は時刻 $t = 1$ のときの選択されている総移動設備数 k を最小化することを表している．式 (4) では，時刻 $t = S$ 以降において全ての需要点が移動設備によって被覆されている，または前の時間において被覆された効果が残っていることを表す．式 (5) では，設備候補点 i に，時刻 t にて存在する移動設備数は，直前の時刻 $t-1$ にて設備候補点 l に単位時間で移動可能な範囲に存在する移動設備数の和以下に制限している．これは移動設備数の増加禁止を意味する．式 (6) は式 (5) と対になっている式である．時刻 t において設備候補点 l に存在する設備数の総和が直前の時刻 $t-1$ にて設備候補点 i に存在した移動設備数以上になるように制限を行なっている．これは移動設備数の減少禁止を意味する．このときの設備候補点 l は設備候補点 i から単位時間で移動可能な範囲に存在する設備候補点である．式 (7) は全時間において，選択された移動設備の総数は一定であることを示している．

4. 数値実験

(1) 実験環境

解析する中規模，大規模の対象区域を表 5 に示す．本研究では数値地図データ MAPPLE を用いて実験を行っており，設備候補点・移動設備は地図データ上の対象区域内に存在するノード情報を用いて作成する．また，需要点は設定した対象区域内にて 200m 間隔の格子状に座標を生成しており，これは地図上のデータとは関連性を持たせていない．

(2) LSCP と TL-LSCP の実行結果

東京都小金井市内にある，法政大学小金井キャンパス周辺にて需要点数 $|J| = 25$，設備候補点数 $|I| = 75$，被覆効果時間 $S = 3$，時刻集合 $T = \{1, 2, 3, 4\}$，被覆を行える最大距離 $d_{\mathrm{MAX}} = 200$(m) として実験を行う．

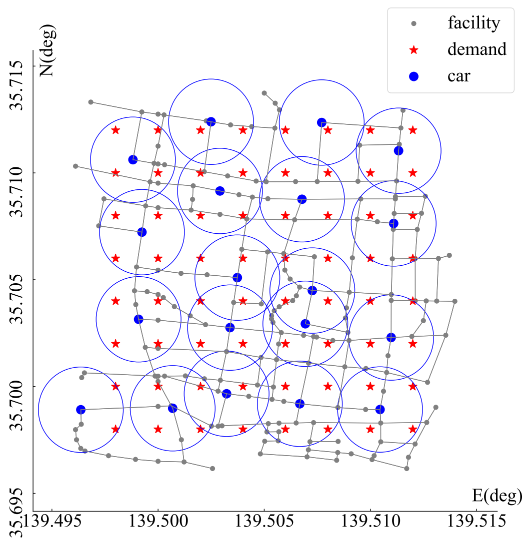

図 1 LSCP の実行結果

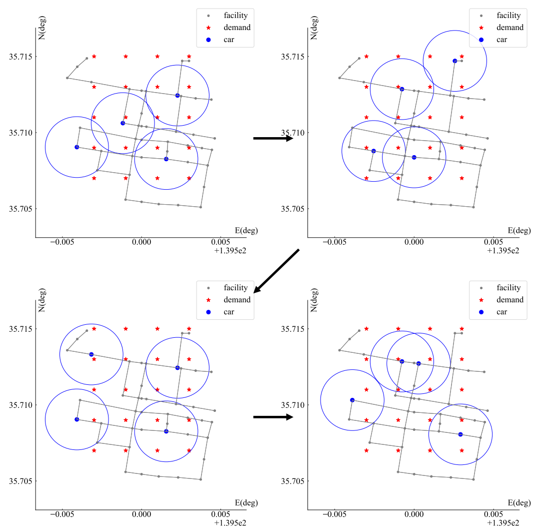

図 2 TLLSCP の実行結果

LSCP の実験結果を図 1 に，TL-LSCP の実験結果を図 2 に示す．赤星は需要点を，灰点は設備候補点を，青点は移動設備を表している．また，大きな青円は各移動設備が被覆できる範囲を示している．表 6 の結果より，MAPPLE データにおいて，Medium・Large どちらの規模でも TL-LSCP は LSCP と比較してコストを 14% ~ 16% 削減できている．図 2 より，$t = 1 \sim 4$ における設備は，各時刻には需要点を全て被覆しているわけではないが，被覆持続時間 ($S = 3$) 以内には全点で再度被覆を行なっていることがわかる．これより，全時間帯にて全需要点を被覆する LSCP よりもコストとしての設備数が減少していることがわかる．

5. 考察

(1) LSCP から TL-LSCP への改善点

本稿では，一般的な LSCP に対して，移動設備，時刻という二つのラベルを追加することで，全重要点を被覆する移動

表 6 LSCP と TL-LSCP の計算結果の比較

size	LSCP	TL-LSCP	減少率
Medium	7	6	14.3%
Large	19	16	15.8%

設備数の削減を実現することができた．その上で，LSCP に対して移動設備と時刻を考慮することで，コストである移動設備数をどれほど削減できるのか，問題規模に応じて検証した結果，中規模データにて 14.3%，大規模データにて 15.8% のコスト削減を観測することができた．

(2) 計算時間の問題

本稿では，決定変数のラベルが設備候補点，移動設備，時刻の三つ存在している．これが意味することとして，定式化し大規模な問題例を解く場合に，決定変数・制約式ともに急激な増加を引き起こすことがあげられる．Church・Gerrard によって LSCP の削減アプローチが MCLP や ML-LSCP[10] に適用されており，このアプローチを TL-LSCP にも適用することでより大規模な問題を解くことができると考える．

6. まとめ

本稿では，施設配置などに用いられている一般的な LSCP に対して，時間と施設の移動を考慮した TL-LSCP を提案した．一般的な LSCP では，選択した設備候補点に配置した施設は，移動しないものとしてコミュニティバスや警備車両のある地域全域を被覆する必要数が多くなってしまう．そのため，時間と設置する施設が移動することを考慮した TL-LSCP を提案することで，これらの事例に対して，より最適な必要コストを算出することを可能とした．

従来の研究では，一般的な LSCP に対して，被覆に用いる施設数を 1 ではなく複数にする ML-LSCP などのモデルについて多くの検討がなされてきた．これは，救急車など需要の大きさに応じて需要を被覆する設備候補点の数が 1 以上に決定されるような事例である．そこで本稿では，これまで取り組まれてきた ML-LSCP とは反対の，時間を考慮することで直接的に需要を被覆していないような設備候補点に対する施設の配置について着目し検討を試みた．

定式化した TL-LSCP にて正方格子状ネットワークデータと MAPPLE 道路ネットワークデータを用いて実験を行った結果，LSCP での結果と比較して，14%〜16%のコスト削減を確認することができた．解析領域において，需要が均一に分布していた場合，TL-LSCP におけるコスト削減率がより一層大きいものになる傾向が強い．その一方で，需要の分布に偏りがある場合はコスト削減率はそれほど大きくならない傾向にある．これより，TL-LSCP はある地域全体を需要とするような事例においてより大きな効果を発揮し，有用であるということができると考えられる．また，TL-LSCP における需要点に対する被覆効果時間を大きくすると，必然的に必要となる移動設備数は減少する．そのため，費用が固定されているような MCLP のようなモデルに着目すると，意思決定者の要望を満たすようなコストにて需要を全て被覆するような結果を算出することも可能である．これは，本稿にて提案した TL-LSCP モデルのより進んだ活用方法であるということができる．

このようにより現実的な問題に対応するためには，扱うデータの取り扱いや効果範囲の距離計算などを現実的なものにしなくてはならない．また，本稿で提案した手法である TL-LSCP の決定変数はラベルが設備候補点，移動設備，時刻の三種類存在している．これが意味することとして，定式化し大規模な問題例を解く場合に，決定変数・制約式ともに急激な増加を引き起こすことがあげられる．実験環境としてのリソースは限りがあるため，大規模な問題例でも現実的な実行時間で解を算出するためには，より少ない情報量にて定式化を行わなくてはならない．本稿では設備候補点と移動設備を区別して定式化を行ったが，この点に関しては改善の余地が見込まれる．そのために，設備候補点と移動設備を区別しない方法の考案が必要であると考える．

参考文献

[1] B.M. Smith, ”*IMPACS-A Bus Crew Scheduling System Using Integer Programing*”, Mathematical Programming, 42, pp.181–187, 1988.

[2] E. Boros, P.L. Hammer, T. Ibaraki, A. Kogan, ”*Logical Analysis of Numerical Data*”, Mathematical Programming, 79, pp.163–190, 1997.

[3] F.J. Vast, G.R. Wilson, ”*Using a Facility Location Algorithm to Solve Large Set Covering Problems*”, Operations Research Letters, 3, pp.85–90, 1984.

[4] C. Toregas, et al., ”*The Location of Emergency Service Facilities*”, Operations Research, vol. 19, no. 6, pp.1363–1373, 1971.

[5] C. Toregas, C. ReVelle, ”*Binary Logic Solutions to a Class of Location Problem*”, Geographical Analysis - GEOGR ANAL, vol. 5, pp.145–155, 1973.

[6] R. Church, C. ReVelle, ”*The maximal covering location problem*”, Papers of the Regional Science Association, pp.101–118, 1974.

[7] X. Feng, A.T. Murray, ”*Spatial Analytics for Enhancing Street Light Coverage of Public Spaces*”, LEUKOS: The Journal of the Illuminating Engineering Society of North America, vol.14, no.1, pp.13–23, 2018.

[8] A.T. Murray, R. Wei, ”*A computational approach for eliminating error in the solution of the location set covering problem*”, European Journal of Operational Research, vol. 224, no. 1, pp.52–64, 2013.

[9] J. O'Rourke, ”*Art Gallery Theorems and Algorithms*”, Oxford univ. press, 1987.

[10] R.L. Church, R.A. Gerrard, ”*The Multi-Level Location Set Covering Model*”, Geographical Analysis - GEOGR ANAL, vol. 35, pp.227–289, 2003.